

# 凌逸教育 NOIP 模拟训练

## LingYi OI-Rule Round 1

### 一、题目概况

中文题目名称	特殊排列	k 阶平衡串	分配边权
英文题目名称	special	kblance	distr
可执行文件	special.exe	kblance.exe	distr.exe
输入文件名	special.in	kblance.in	distr.in
输出文件名	special.out	kblance.out	distr.out
每个测试点时限	1000MS	2000MS	2000MS
测试点个数	10	10	20
测试点分值	10	10	5
附加样例文件	有	有	有
比较方式	全文比较（过滤行末空格及文末回车）		
题目类型	传统	传统	传统
运行内存上限	256MB	256MB	256MB

### 二、提交源程序名

对于 C 语言	special.c	kblance.c	distr.c
对于 C++语言	special.cpp	kblance.cpp	distr.cpp
对于 Pascal 语言	special.pas	kblance.pas	distr.pas

### 三、注意事项

- 1.文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- 2.所有程序的源代码文件应该放在以你名字命名的文件夹里，即一个以你名字命名的文件夹内，应该有且只有三个源代码文件。
- 3.C/C++中函数 `main()`的返回值类型必须是 `int`，程序正常时的返回值必须是 0。
- 4.统一评测时采用的机器配置为：Intel(R) Atom(TM) CPU D425 @ 2.80GHz 2.80GHz，内存 4GB，上述时限以此配置为准。

# 特殊排列

(special.cpp/c/pas)

时空限制：1000MS/256MB

## [问题描述]:

给定一个正整数  $n$  以及一个长度为  $n$  且只由 0 构成的数列  $\{a_n\}$ ，你需要做  $n$  次操作，对于第  $i$  次操作的定义如下：

1) 在数列中找出最长的且只包含 0 的子串，如果多个子串长度相同，则选择最靠左的子串。（对于数列  $\{a_n\}$ ，它的子串  $a_i a_{i+1} \cdots a_j$  一定连续且满足： $1 \leq i \leq j \leq n$ ）

2) 找出的子串用  $a_i a_{i+1} \cdots a_j$  表示，若长度  $j-i+1$  是奇数，则将  $a_{\frac{i+j}{2}}$  用  $i$  替换；若长度  $j-i+1$  是偶数，则将  $a_{\frac{i+j-1}{2}}$  用  $i$  替换。

很显然，这样的操作可以做且只能做  $n$  次，且对于不同的  $n$ ，操作结束后的数列  $\{a_n\}$  始终唯一。

而你的任务是求出这个最终的数列  $\{a_n\}$ 。

## [输入描述]:

一行一个正整数  $n$ 。

## [输出描述]:

一行  $n$  个正整数，表示最终状态下的  $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 。

[样例输入输出]:

输入 1	输出 1
1	1
输入 2	输出 2
4	3 1 2 4
输入 3	输出 2
5	2 4 1 3 5

[样例解释]:

对于第一组样例:

数列  $\{0\}$  经过第一次操作后变成了  $\{1\}$ 。

对于第二组样例:

数列初始状态为:  $\{0,0,0,0\}$ ;

第一次操作时, 选择子串  $a_1a_2a_3a_4$ , 并将  $a_2$  替换成 1,

第一次操作结束后, 数列状态为:  $\{0,1,0,0\}$ ;

第二次操作时, 选择子串  $a_3a_4$ , 并将  $a_3$  替换成 2,

第二次操作结束后, 数列状态为:  $\{0,1,2,0\}$ ;

第三次操作时, 选择子串  $a_1$ , 并将  $a_1$  替换成 3,

第三次操作结束后, 数列状态为:  $\{3,1,2,0\}$ ;

第四次操作时, 选择子串  $a_4$ , 并将  $a_4$  替换成 4,

第四次操作结束后, 数列状态为:  $\{3,1,2,4\}$ ;

[数据保证]:

测试点编号	$n$
1	3
2	8
3	15
4	47
5	233
6	1234
7	2333
8	23333
9	123456
10	233333

# k 阶平衡串

(kblance.cpp/c/pas)

时空限制：2000MS/256MB

## [问题描述]:

首先定义一种只包含0和1的字符串 $s$ ，若其是一个 $k$ 阶平衡串（ $k$ 是一个偶数），则对于所有长度为 $k$ 的子串，0和1的个数分别都为 $\frac{k}{2}$ 个。（对于字符串 $s$ ，它的子串 $s_i s_{i+1} \dots s_j$ 一定连续且满足： $1 \leq i \leq j \leq |s|$ ，其中 $|s|$ 为字符串长度。很显然 $s$ 有且只有 $\frac{(1+|s|) \cdot |s|}{2}$ 个子串）

例如："1010"是一个2阶平衡串，其所有长度为2的子串为："10"、"01"、"10"。这三个子串0和1的个数都为1个。而"1000"不是一个4阶平衡串，因为对于其唯一的子串"1000"，不满足0和1的个数都为2个。

现在给定一个只包含'0'、'1'、'?'的字符串 $s$ 及一个正整数 $k$ ，你需要用'0'或'1'代替其中所有的'?'，你能否将其变成一个 $k$ 阶平衡串？

## [输入描述]:

第一行一个正整数 $T$ ，表示有 $T$ 组测试数据；

接下去 $2 \cdot T$ 行，每两行为一组数据，其中第一行一个正偶数 $k$ ，第二行一个只包含'0'、'1'、'?'的字符串 $s$ 。

## [输出描述]:

$T$ 行，若第 $i$ 行输出"YES"，表示第 $i$ 组测试数据存在一种方案可以使得给定字符串成为一个 $k$ 阶平衡串；若第 $i$ 行输出"NO"，表示第 $i$ 组测试数据不存在可以使得给定字符串成为一个 $k$ 阶平衡串的方案。

[样例输入输出]:

输入 1	输出 1
4	YES
2	YES
1010	NO
2	NO
?01?	
2	
1?0	
4	
???000	

[样例解释]:

对于第一组样例:

"1010"本身已经是一个2阶平衡串了,也没有'?'可以填。

对于第二组样例:

可以将这个字符串变成"1010"。

对于第三组样例:

"100"和"110"都不是2阶平衡串,所以无解。

[数据保证]:

测试点编号	$T$	$\sum  s $	$k$	$s$ 中 '?' 的个数
1	2	10	$k = 2$	不定
2	5	2000	$2 \leq k \leq 1000$	0
3	1	1000	$k = 1000$	不定
4	8	1000	$2 \leq k \leq 1000$	2
5	8	1000	$k = 2$	不定
6	100	500000	$k = 2$	不定
7	4	400	$2 \leq k \leq 10$	不超过 10
8	1000	1000000	$2 \leq k \leq 10$	不定
9	1000	1000000	$2 \leq k \leq 1000000$	不定
10	1000	1000000	$2 \leq k \leq 1000000$	不定

对于所有测试点： $k$  一定是偶数，且  $k \leq |s|$ 。

选手输出答案时注意一定要用大写英文字母。

# 分配边权

(distr.cpp/c/pas)

时空限制：2000MS/256MB

## [问题描述]:

给定一棵大小为  $n$  的树，即它总共有  $n$  个结点和  $n-1$  条边，结点的编号从  $1 \sim n$ 。现在给定一个正整数  $k$ ，你需要完成如下任务：

1) 给每条边一个值，对于第  $i$  条边，若其边上的值为  $e_i$ ，则需要满足： $e_i | k$ （即  $k$  能够被  $e_i$  整除）

2) 对于  $e_1 \sim e_{n-1}$ ，满足： $\prod_{i=1}^{n-1} e_i = k$ ，即所有边权的乘积为  $k$ 。

3) 边权值为 1 的边数要尽可能的少。

现在定义二元函数  $f(i, j)$  表示这棵树上从  $i$  号结点至  $j$  号结点的唯一路径上所有边权的和，令  $s = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n f(i, j)$ ，你能合理分配边权后使得  $s$  的值尽可能大吗？（为了方便理解， $s$  即为这棵树上所有两点之间的唯一路径上边权和的和）

由于  $k$  可能非常大，令  $k = \prod_{i=1}^m p_i$ ，数据将用  $m$  以及  $p_1 \sim p_m$  实现对正整数  $k$  的描述，其中  $p_i$  一定是质数。

由于答案也可能非常大，所以请对质数 998244353 取模后输出。

## [输入描述]:

第一行两个正整数  $n$  和  $m$ ，表示树的大小及  $k$  的质因数个数；

第二行  $m$  个质数  $p_1 \sim p_m$ ，表示  $k$  的质因数；

接下去  $n-1$  行，每行两个正整数  $u$  和  $v$ ，表示树上一条连接着  $u$  和  $v$



的边。

**[输出描述]:**

一行一个正整数，表示在合理的分配边权的情况下， $s$  的最大值对 998244353 的余数。

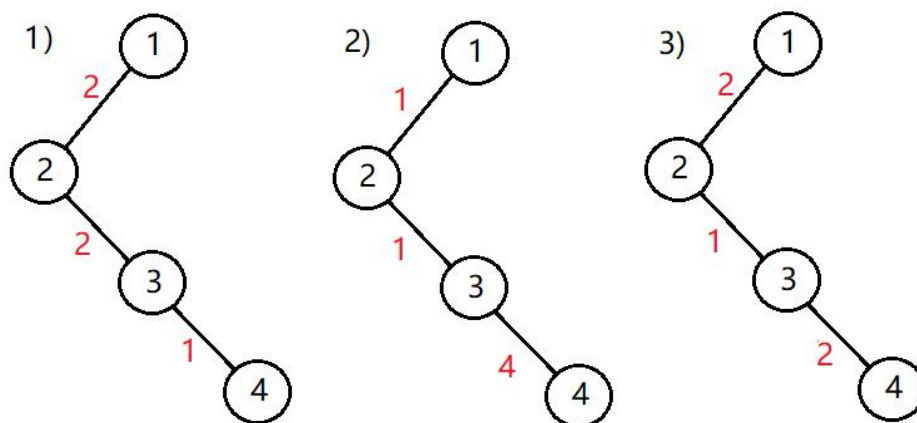
**[样例输入输出]:**

输入 1	输出 1
4 2 2 2 1 2 2 3 3 4	17
输入 2	输出 2
4 4 2 3 2 2 1 2 1 3 1 4	30
输入 3	输出 3
2 4 43781 49957 3 35771 1 2	291765749

[样例解释]:

对于第一组样例:

$k = 2 \times 2 = 4$ , 例举如下三种分配方案:



方案 1):

$$f(1,2) = 2; f(1,3) = 2 + 2 = 4; f(1,4) = 2 + 2 + 1 = 5;$$

$$f(2,3) = 2; f(2,4) = 2 + 1 = 3; f(3,4) = 1;$$

$$\text{此时 } s = 2 + 4 + 5 + 2 + 3 + 1 = 17$$

方案 2):

有两条边权的值为1, 而最少可以只有一条边的边权值为1, 所以这种方案是非法的。

方案 3):

$$f(1,2) = 2; f(1,3) = 2 + 1 = 3; f(1,4) = 2 + 1 + 2 = 5;$$

$$f(2,3) = 1; f(2,4) = 1 + 2 = 3; f(3,4) = 2;$$

$$\text{此时 } s = 2 + 3 + 5 + 1 + 3 + 2 = 16$$

综上所述, 方案 1) 是最优解。

[数据保证]:

测试点编号	$n$	$m$	特殊性质
1	4	1	无
2~4	100	100	$p_1 = p_2 = \dots = p_m$
5~6	100	50	存在度数为 $n-1$ 的结点 $p_1 = p_2 = \dots = p_m$
7~8	1000	100000	树的形态是一条链 $p_1 = p_2 = \dots = p_m$
9~10	10000	100000	树的形态是一条链 $p_1 = p_2 = \dots = p_m$
11~13	1000	1500	存在度数为 $n-1$ 的结点
14~17	100000	50000	无
18~20	50000	100000	无

对于所有测试点：保证给出的是一棵树， $p_i < 998244353$  且是质数。